

**ESPRINT – 14 DE DICIEMBRE DE 2024 –**  
**PROPUESTA PARA VETERANOS**

**Primer grupo de problemas**

1. Ana pone en cada uno de los libros de la biblioteca de su colegio una clave de tres letras utilizando el orden alfabético AAA, AAB, AAC, ....., AAZ, ABA, ABB etc. Considerando que el alfabeto tiene 26 letras y la biblioteca tiene 2024 libros. ¿Cuál fue la última clave que utilizó Ana?

---

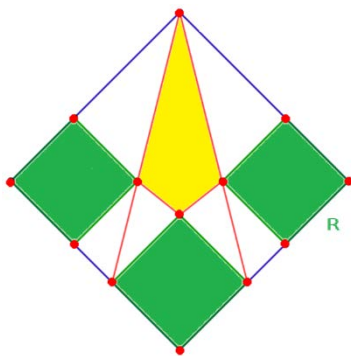
**2. Viene un número P del problema 9.**

Calcula las dos últimas cifras de:

$$1! + 2! + 3! + \dots + P!$$

---

**3. Viene un número R del problema 7.**



En un cuadrado dibujamos tres cuadrados en tres de sus esquinas de lado **R**. Desde el vértice que no contiene ningún cuadrado se trazan dos segmentos que pasan por los vértices de los otros dos cuadrados (el contiguo y el de la esquina opuesta) como indica la figura.

Posteriormente dibujamos el cuadrilátero pintado de amarillo. ¿Cuál es su área?

---

4. Sean  $a$  y  $b$  dos números positivos de una cifra con  $a < b$  y los números  $abba$  y  $baab$ . ¿Cuál es el mayor valor que puede alcanzar su máximo común divisor?

**La suma de las cifras de la solución pasa al problema 8 como S.**

---

5. En un concurso de televisión el presentador del programa dice:  
El número misterioso es el mayor número de 7 cifras distintas de manera que cada uno de los dígitos que lo forman es un divisor de dicho número.  
¿Cuál es el número misterioso?
-

## Segundo grupo de problemas

6. Considera la sucesión  $a_n = \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2}$ ,  $n \geq 1$

Calcula  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}}$

### La solución pasa al problema 10 Como T

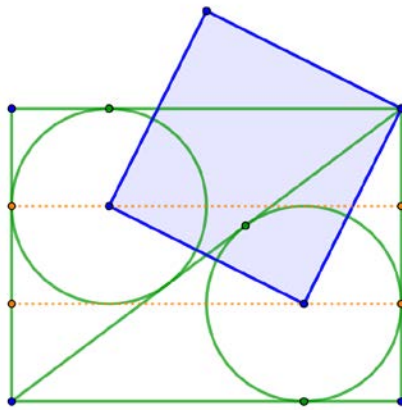
---

7. Quina és la mínima quantitat de lletres que hauria de tenir un alfabet perquè un milió de persones diferents es puguin identificar amb etiquetes de dues o tres lletres?

### La cifra de las centenas de la solución pasa al problema 3 como valor R.

---

8. Viene un número S del problema 4.



Tenemos un rectángulo de altura **S** cm y base **4/3S** cm en el que se han dibujado dos circunferencias iguales tangentes a los lados del rectángulo como indica la figura. Calcula el área del cuadrado formado.

---

9. En un club d'atletisme tenen quatre velocistes molt destacades, A, B, C i D. Han recollit la millor marca de cada una al llarg de l'any 2024 i resulta que hi ha hagut algun empat entre elles en l'ordenació. Sabent només això, quantes classificacions diferents es poden haver donat?

**La solución pasa al problema 2 como P**

---

## Retos finales

### 10. Viene un número $T$ del problema 6.

Cuántas secuencias de  $T$  letras se pueden hacer con las letras A, B, C de modo que cada letra aparece un número impar de veces. Por ejemplo, si  $T=9$ , una posibilidad sería ABCBCBCBB.

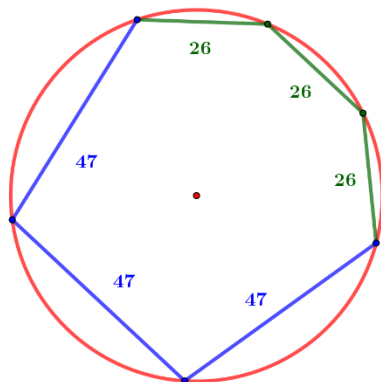
- 
11. Un cuadrado mágico de orden  $n$  es una tabla cuadrada de  $n$  filas y  $n$  columnas cuyas casillas están ocupadas por números, verificándose que la suma de los números de cualquier fila, la suma de los números de cualquier columna, y la suma de los números de cada diagonal, da siempre el mismo resultado (su constante mágica).

7	4	
	$a$	

Termina de completar las casillas del cuadrado de orden 3 de la figura, en función de  $a$  para que sea mágico. ¿Cuál es el único valor entero de  $a$  para que todas las casillas tengan un valor positivo y no haya dos valores iguales?

- 
12. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia en la que se ha inscrito un

hexágono que tiene tres lados consecutivos que miden 47 cm y otros tres lados consecutivos que miden 26 cm?



## Problemas de propina

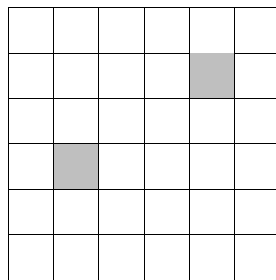
### Propina 1

Encuentra el área máxima de un cuadrilátero ABCD cuyos lados son  $AB=2$ ,  $BC=9$ ,  $CD=6$  y  $DA=7$

---

### Propina 2

¿Cuántos rectángulos se pueden formar con la cuadrícula de la figura de manera que contengan uno de los cuadrados sombreados, pero no a ambos?



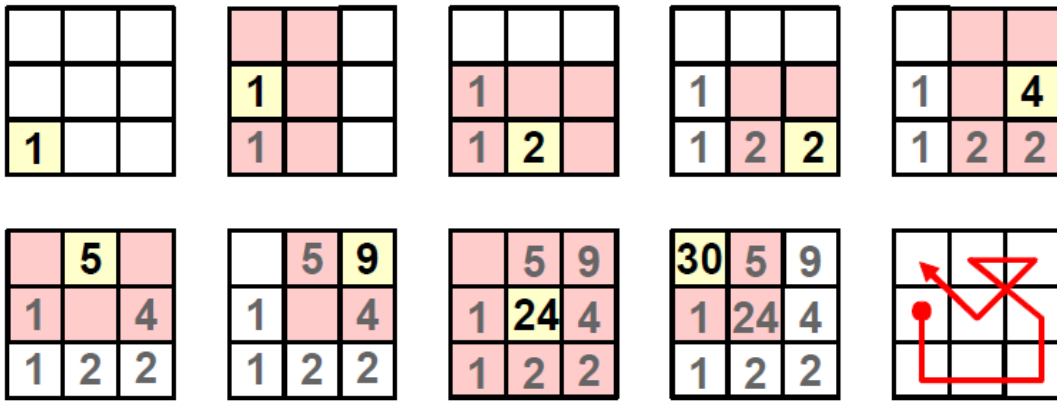
---

### Propina 3

“Vigila a los que te rodean”

Sobre un cuadrado de  $3 \times 3$  realiza un recorrido que pase por todas las casillas de la siguiente manera:

- Comienza escribiendo un 1 en la casilla que desees.
  - Pasa a una casilla conectada con la anterior (verticalmente, horizontalmente o en diagonal).
  - Escribe en ella la suma de todos los números que haya a su alrededor.
- Debajo tienes un ejemplo de recorrido que comienza con el número 1 y termina en 30.



***El objetivo es encontrar el recorrido que termina en el número más alto posible.***

*¿Cuál es ese número?*